

CONCURSUL DE ADMITERE  
2024

MATEMATICĂ

Varianta 1-BAREM

1-c    2-d    3-b    4-a    5-c    6-b    7-d    8-a    9-b    10-c

11-a  $f(x) = x^2 - x^3$ , dacă  $x \in [0, 1]$  ..... 0.5p

Calculul corect al integralei și obținerea rezultatului final  $\frac{1}{12}$  ..... 0.5p

11-b  $f(x) = x^2 - x^3$ , dacă  $x \in (-1, 1)$  ..... 0.5p

$f$  este derivabilă în  $x_0 = 0$  (restricția unei funcții polinomiale) ..... 0.5p

$f'(x) = 2x - 3x^2$ ,  $x \in (-1, 1)$  și, prin urmare,  $f'(0) = 0$  ..... 0.5p

11-c Derivata la stânga în punctul  $x_0$  a funcției  $|h|$  este  $-|h'(x_0)|$  ..... 0.5p

Derivata la dreapta în punctul  $x_0$  a funcției  $|h|$  este  $|h'(x_0)|$  ..... 0.5p

$|h|$  este derivabilă în punctul  $x_0 \Leftrightarrow -|h'(x_0)| = |h'(x_0)| \Leftrightarrow h'(x_0) = 0$  ..... 0.5p

12-a  $\det A = 1 \neq 0 \Rightarrow$  matricea  $A$  este inversabilă ..... 0.5p

Calculul corect al matricei inverse  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -6 & -8 \end{pmatrix}$  ..... 1p

12-b  $AX = B \Leftrightarrow X = A^{-1}B$  soluție unică ..... 0.5p

Obținerea soluției  $X = \begin{pmatrix} 0 & -8 \\ -1 & 3 \\ 3 & -22 \end{pmatrix}$  ..... 1p

12-c ( $\Rightarrow$ ) Dacă  $C \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$  și  $C^{-1} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$ , atunci  $C \cdot C^{-1} = I_3$  și  
 $\det(C \cdot C^{-1}) = \det I_3 \Rightarrow (\det C)(\det C^{-1}) = 1$  ..... 0.5p

Deoarece matricele  $C$  și  $C^{-1}$  au doar elemente întregi, rezultă că  $\det C \in \mathbb{Z}$   
și  $\det C^{-1} \in \mathbb{Z}$  și, prin urmare,  $\det C$  este divizor al lui 1  $\Leftrightarrow$

$\det C = \pm 1 \Leftrightarrow |\det C| = 1$  ..... 0.5p

( $\Leftarrow$ )  $|\det C| = 1 \Leftrightarrow \det C = \pm 1 \Rightarrow C$  este inversabilă și  $C^{-1} = \pm C^*$ ,

unde  $C^*$  este adjuncta matricei  $C$  ..... 0.5p

Întrucât elementele matricei adjuncte sunt determinanții unor matrice cu  
elemente întregi, deducem că matricea  $C^* \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z}) \Rightarrow C^{-1} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$  ..... 0.5p

Orice altă rezolvare corectă, parțială sau completă, va fi notată corespunzător.